

Prigušeno radijalno titranje i nastanak planetarnih sustava

Ranko Artuković

rankoartukovic@yahoo.com

- Postoji mnoštvo teorija o nastanku Sunčeva sustava. Nijedna od njih ne daje kompletne odgovore na sva pitanja i nijedna u potpunosti ne objašnjava nastanak, izgled i temeljne karakteristike Sunčeva sustava, onakvog kakvog ga danas poznajemo. Svaka je teorija djelomična, jer objašnjavaju samo neka od svojstava Sunčeva sustava.
- Opisuje se gravitacijsko urušavanje nebule - rotirajućeg oblaka međuzvezdane prašine i objašnjava nastanak planetarnih sustava.
- Polazište su Keplerovi zakoni gibanja točkaste mase u polju centralne sile. Ovi zakoni primijenjuju se i na sustav s mnoštvom čestica, kao što je nebula.
- Ogromnu važnost ima prigušeno radijalno titranje koje počinje s kolapsom nebule.
- Fizikalni zakoni očuvanja ukupne energije i ukupnog angularnog momenta u potpunosti određuju oblik i procese unutar kolapsirajuće nebule...

PRUŽITI ODGOVORE NA PITANJA:

- Porijeklo kružnih putanja
- Rotacija skoro u istoj ravnini
- Spinski i orbitalni vektori paralelni (postoje izuzeci)
- Rotacija Sunca u istom smjeru kao i rotacija planeta
- Rotacija satelita oko planeta
- Raspodjela momenta impulsa
- Unutarnji i vanjski planeti-različita fiz. i kem. svojstva
- Saturnovi prstenovi
- Asteroidni pojas, kometi
- Kuiperov pojas, Oortov oblak
- itd.....

Centrifugalna barijera

$$F_G = -\gamma \frac{mM}{r^2} = \frac{A}{r^2}$$

$$F_{CF} = \frac{mv^2}{r} = \frac{m(\omega r)^2}{r} = m\omega^2 r$$

$$L = mvr = m\omega r r = m\omega r^2$$

$$L_0 = m\omega_0 r_0^2$$

$$L = m\omega r^2$$

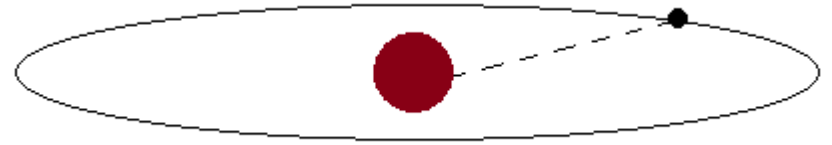
$$L = L_0 = \text{Const.}$$

$$\omega(r) = \frac{\omega_0 r_0^2}{r^2}$$

$$F_{CF} = m r \left(\frac{\omega_0 r_0^2}{r^2} \right)^2 = \frac{m \omega_0^2 r_0^4}{r^3} = \frac{B}{r^3}$$

$$F_G \approx \frac{1}{r^2}$$

$$F_{CF} \approx \frac{1}{r^3}$$



Kako se r smanjuje, raste i centrifugalna sila koja nadvlada gravitacijsku. Udaljenost r od centralnog tijela opadne do neke donje kritične vrijednosti koja je veća od nule, zatim raste itd. Tako točkasta masa koja ima bilo kakav angularni moment različit od nule nikada ne može pasti u središte vrtnje, dakle da bude $r = 0$! To je tzv. **centrifugalna barijera**. Veličina r oscilira oko neke ravnotežne vrijednosti r_{00} . To je poznata eliptična putanja čestice u gravitacijskom polju. **Uzrok centrifugalnoj barijeri je zakon očuvanja angularnog momenta u polju centralne sile. Taj zakon je od goleme važnosti za gibanje i evoluciju nebeskih tijela.**

Radijalno titranje točkaste mase u gravitacijskom polju

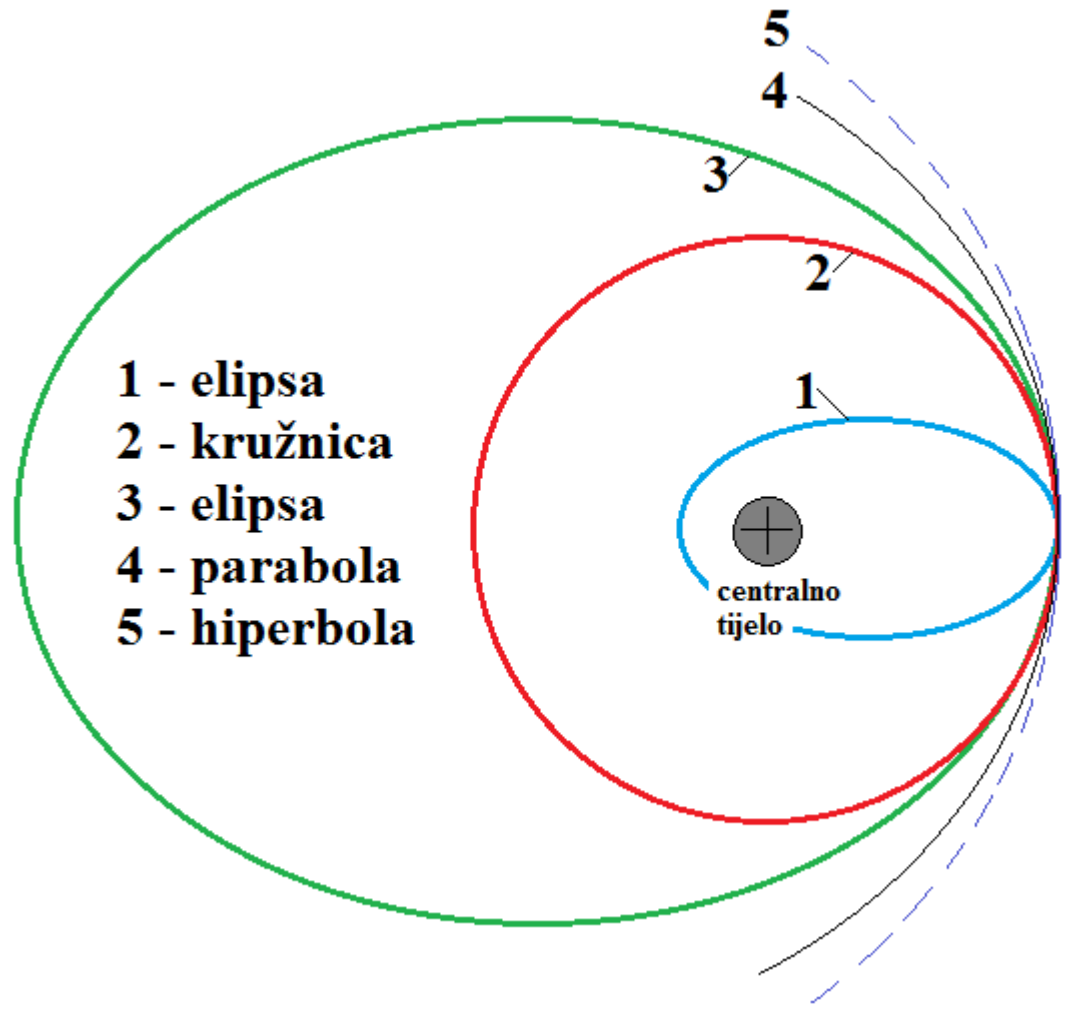
$$r(\theta) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cdot \cos \theta}$$

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2 \cdot E \cdot L^2}{\gamma^2 m^3 M^2}}$$

elipsa	ako je	$0 < \varepsilon < 1$
kružnica	ako je	$\varepsilon = 0$
elipsa	ako je	$-1 < \varepsilon < 0$
parabola	ako je	$\varepsilon = -1$
hiperbola	ako je	$\varepsilon < -1$

$$a = -\frac{\gamma m M}{2E_0}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\gamma M} \cdot a^3$$



$$E_0 = 0 + \frac{m\omega_0^2 r_0^2}{2} - \frac{\gamma m M}{r_0}$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_0^2 r_0^3}{\gamma M}$$

$$E(r) = \frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{L_0^2}{2mr^2} - \frac{\gamma m M}{r}$$

$$L(r) = m r^2 \omega(r)$$

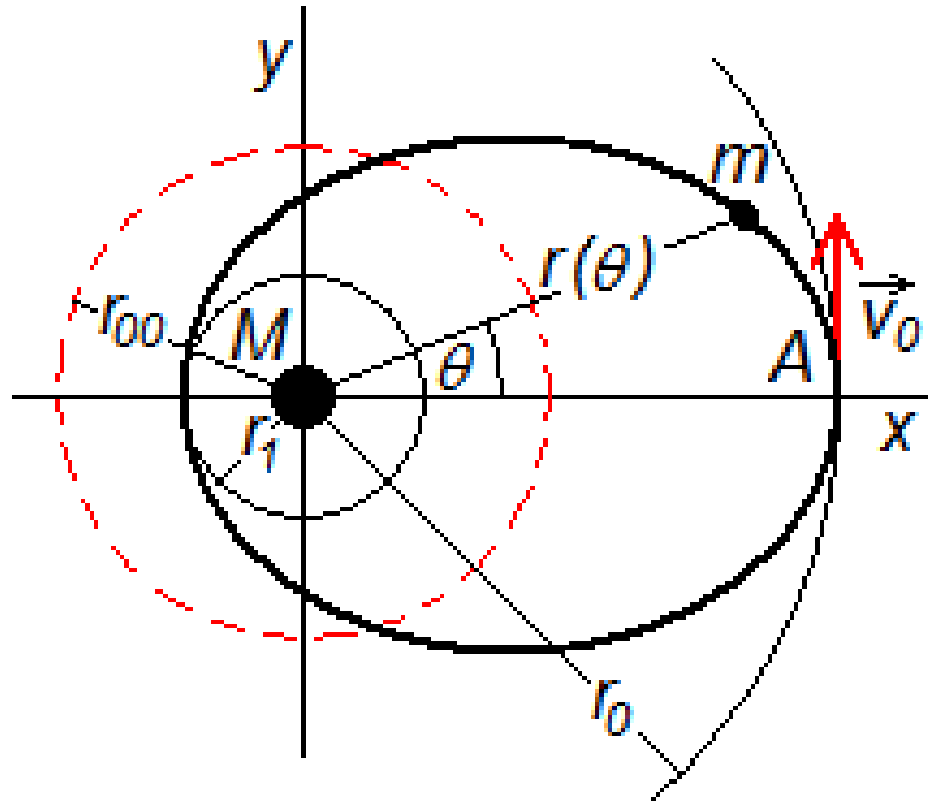
$$U_{\text{eff}}(r) = \frac{L_0^2}{2mr^2} - \frac{\gamma m M}{r}$$

$$r_1 = a(1 - \varepsilon)$$

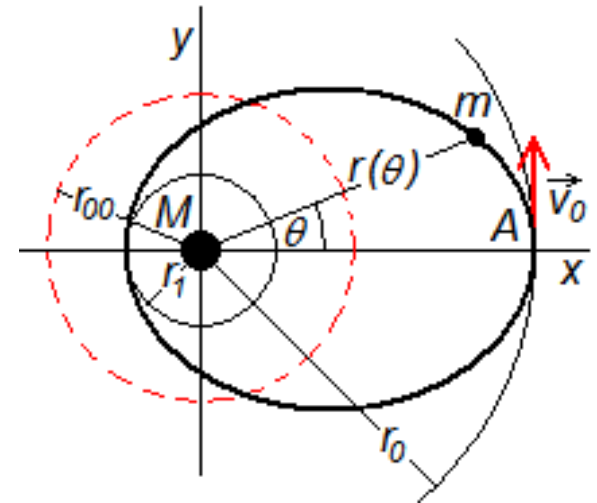
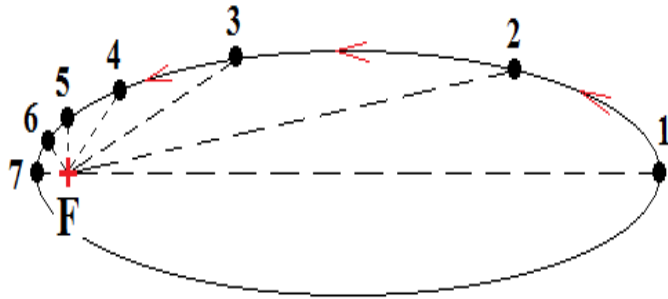
$$r_0 = a(1 + \varepsilon)$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{r_{00}}{r_0}$$

$$r_{00} = \frac{L_0^2}{\gamma m^2 M} = \frac{\omega_0^2 r_0^4}{\gamma M}$$

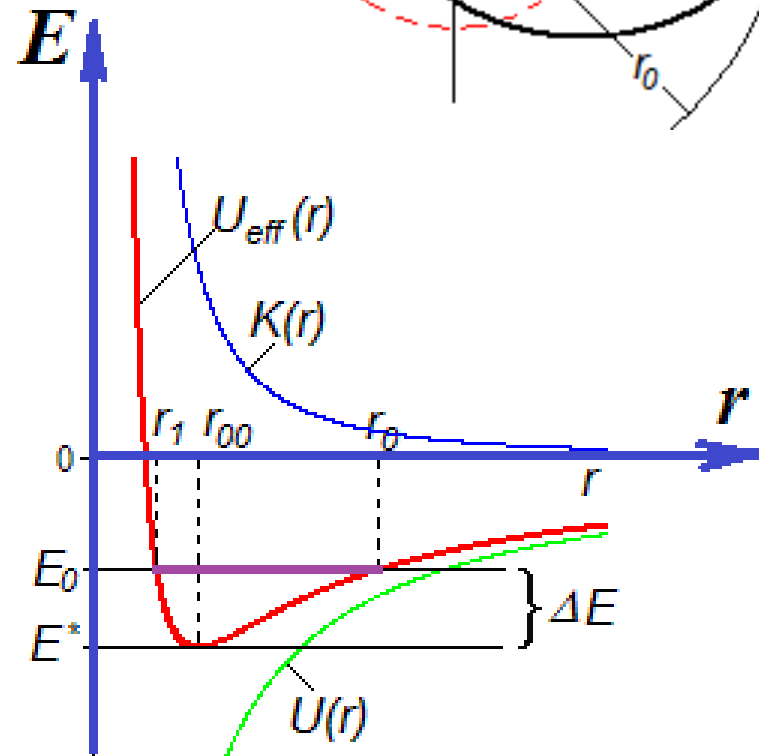


Radijalno neharmonijsko titranje

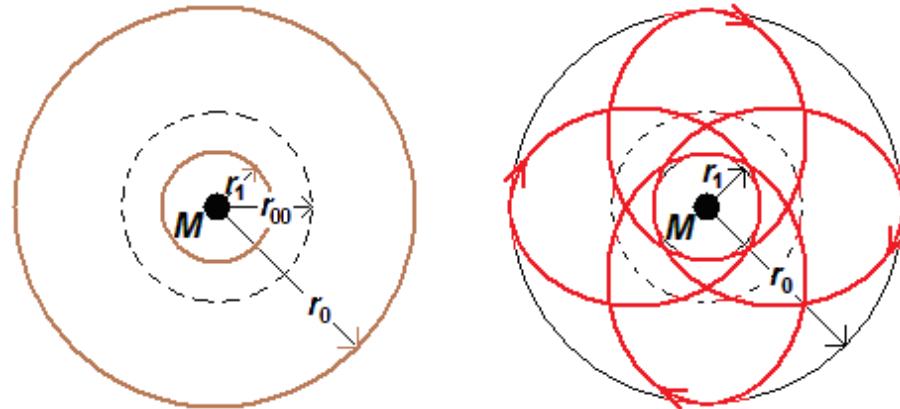


U r_{00} energija postiže svoj minimum, pa je **kružnica energetski najstabilnija putanja.**

Eliptičnu putanju možemo shvatiti kao radijalno titranje oko konačne kružne putanje radijusa r_{00} .



Radijalno titranje prstena u gravitacijskom polju



$$v_{\max} = \sqrt{\omega_0^2 r_0^2 + \gamma M \left(\frac{1}{r_{00}} - \frac{2}{r_0} \right)}$$

Prsten radijusa Zemljinog ekvatora $r_0=R_E$ rotira kutnom brzinom ω_0 u gravitacijskom polju Zemlje. Što se događa gravitacijskim urušavanjem Zemlje same u sebe (npr. da postane stlačiva)?

$$\begin{array}{ll} \gamma = 6.6726 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1}\text{m}^3\text{s}^{-2}, & (\\ M = 5.972 \cdot 10^{24} \text{ kg}, & 3 \\ r_0 = 6.373 \cdot 10^6 \text{ m}, & 2 \\ \omega_0 = 7.2921159 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} &) \end{array}$$

Svaka čestica prstena giba se po vrlo izduženoj eliptičnoj putanji s ekscentricitetom $\varepsilon=0.99655$, velikom i malom poluosi $a=3192$ km, $b=265$ km i ophodnim vremenom-periodom titranja prstena $T=1795$ sec. Minimalni radijus prstena je $r_I=11.025$ km, a omjer najvećeg i najmanjeg radijusa je $r_0/r_I=578$. Ravnotežni radijus prstena je $r_{00}=22.012$ km, a njegova radijalna brzina u tom trenutku je maksimalna i iznosi $v_{\max}=134.081$ km/s. Omjer najveće i najmanje (početne) kutne brzine prstena je $\omega(r_1)/\omega_0=578^2=334084$. Za energiju se dobiju sljedeće vrijednosti: $E_0=E(r_1)= - 62.419$ MJ/kg, $E(r_{00})= - 9.051$ GJ/kg, $E(r_{00})/E_0=145$, maksimalna energija radijalnog titranja $W(r_{00})=8.989$ GJ/kg. (to se pretvori u toplinu, faktor 144 puta)

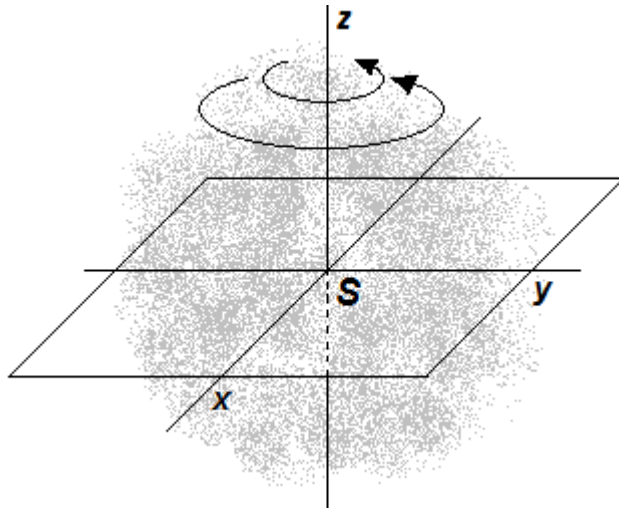
Gravitacijska energija vezanja

$$U_0 = -\frac{3}{5} \cdot \frac{\gamma M^2}{r_0}$$

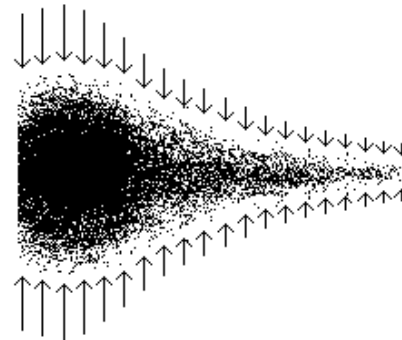
Formula vrijedi za nerotirajuću homogenu kuglu.

Faktor 3 u gornjoj formuli ima prostorno značenje (tri prostorna smjera: x, y,z)

Gravitacijsko urušavanje nebule



Kolaps ogromnog oblaka prašine obogaćenog kemijskog sastava. UZROK: vjerojatno eksplozija supernove



$$W_z = \frac{1}{5} \gamma M^2 \cdot \left(\frac{1}{r_{00}} - \frac{1}{r_0} \right)$$

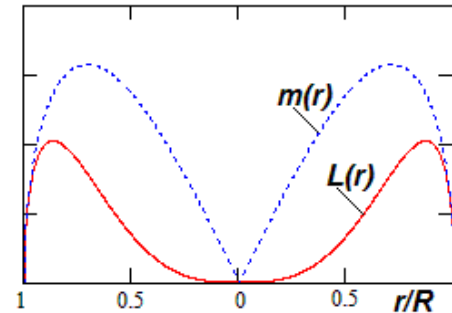
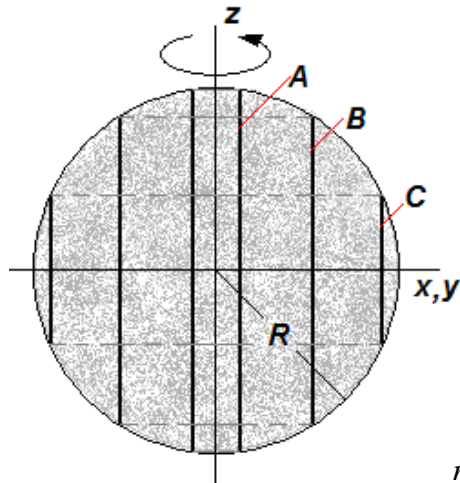
z - sažimanje

$$W(r_{00}) = \frac{1}{5} M \omega_0^2 r_0^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \gamma M^2 \left(\frac{1}{r_{00}} - \frac{2}{r_0} \right)$$

xy - sažimanje



Kao što je ranije rečeno, gravitacijsko urušavanje rotirajuće nebule odvija se u dvije faze: z-sažimanje i xy-sažimanje. Iako se obje faze dešavaju istovremeno, mi ćemo te faze promatrati kao neovisne i vremenski pomaknute jednu iza druge. Dakle, tijekom faze z-sažimanja nebula postaje spljoštjeni protoplanetarni disk. Čestice iz +z i -z smjera slobodno padaju prema centralnoj ekvatorijalnoj xy ravnini u kojoj dolazi do sudara i zagrijavanja

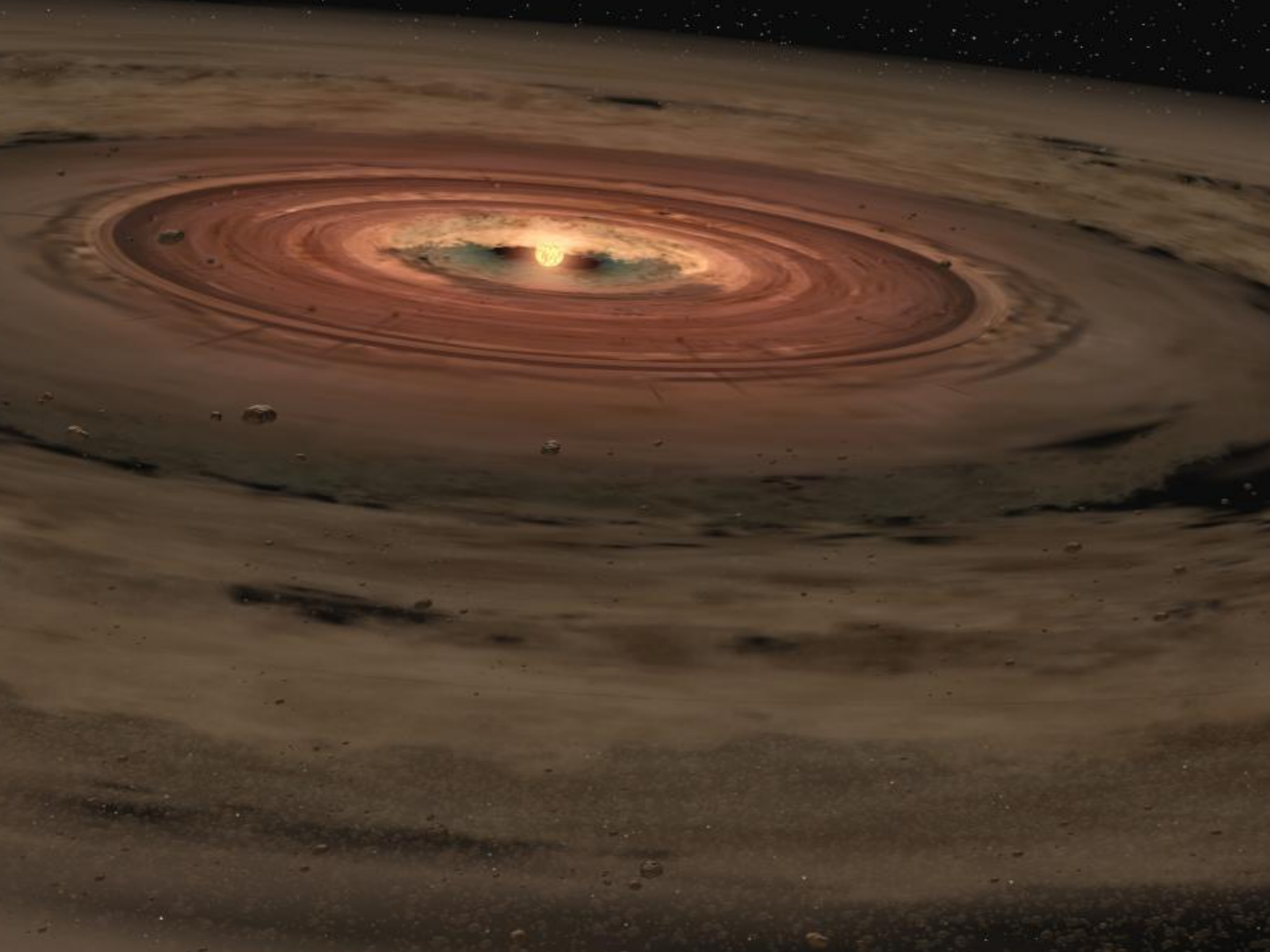


$$m(r) = \rho \cdot 2\pi r \delta \cdot 2\sqrt{R^2 - r^2} = 4\pi\rho\delta \cdot r\sqrt{R^2 - r^2}$$

$$L(r) = r^2 \cdot m(r) \cdot \omega_0$$

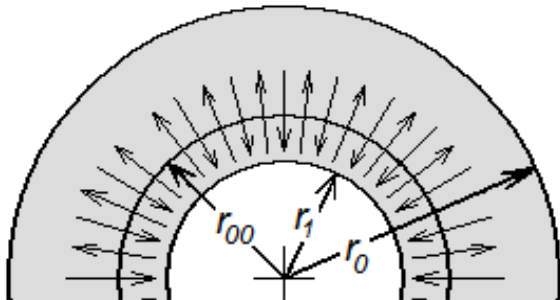
Nakon gravitacijskog urušavanja prema xy ravnini rotirajući valjci postaju rotirajući prstenovi radijusa r .

Dakle, z-sažimanjem rotirajuća nebula pretvorila se u rotirajući protoplanetarni disk kojeg možemo zamisliti da je sastavljen iz velikog mnoštva koncentričnih prstenova. Svi prstenovi rotiraju istom kutnom brzinom ω_0 kao i početna nebula, jer smo ranije napomenuli da rotacijski efekti ne utječu na z-sažimanje. Radijalna raspodjela angularnog momenta rotirajućeg diska prikazana je na gornjoj slici desno.



Porijeklo kružnih putanja

Radijalno titranje rotirajućeg prstena je **stanje velike uređenosti** koje je statistički vrlo malo vjerojatno, dakle neodrživo.

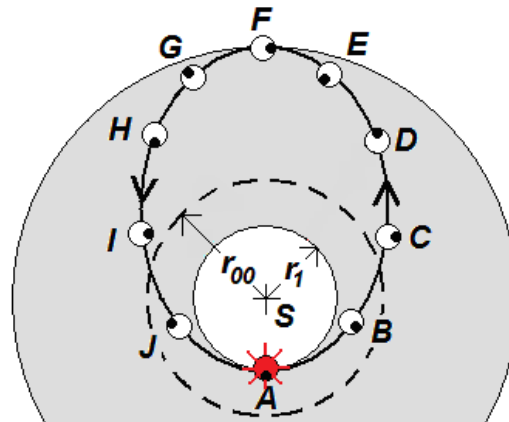


Dovoljno je da postoji makar jedna **čestica-okidač** koja ima različit ekscentricitet. Tako dolazi do sudara koji se lavinski prenose na sve čestice prstena. Kod svake čestice koja sudjeluje u sudaru mijenjaju se parametri E i L a zbog toga i ekscentricitet putanje, e , i ophodni period, T .

Dakle, **narušena je koherentnost**, pa postoji mnoštvo čestica od kojih se neke radijalno udaljavaju, a neke radijalno približavaju središtu rotacije. Čestice se međusobno sudaraju jer im se sijeku putanje, te u sudarima gube kinetičku energiju radijalnog titranja koja se **pretvara u toplinu**.

U sustavima s mnoštvom čestica **eliptične putanje spontano prelaze u kružnu** radijusa r_{00} , a pri tome se energija radijalnog titranja pretvara u toplinu.

Nastanak rotirajućih fragmenata



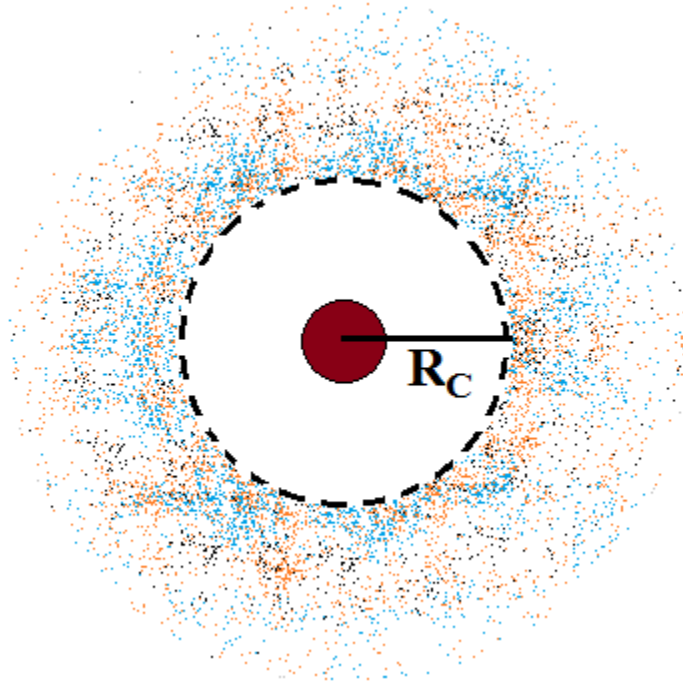
$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_{00} = k \cdot \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_{00}^2} \right)$$

$$n = \frac{\omega_1 T}{2\pi}$$

Tijekom gibanja po eliptičnoj putanji fragment održava spin w_1 kojeg je dobio u momentu formiranja.

U protoplanetarnom disku postoji ogromno mnoštvo rotirajućih fragmenata. Puno je vjerojatnije da se formiranje prstena vruće prašine radijusa r_{00} neće ni dogoditi, jer će prije doći do gravitacijskog privlačenja čestica i stvaranja tzv. **centara zgušnjavanja**. Kako nakupina čestica postaje sve veća, tako gravitacijski sve jače privlači okolne čestice.

Nastanak planeta

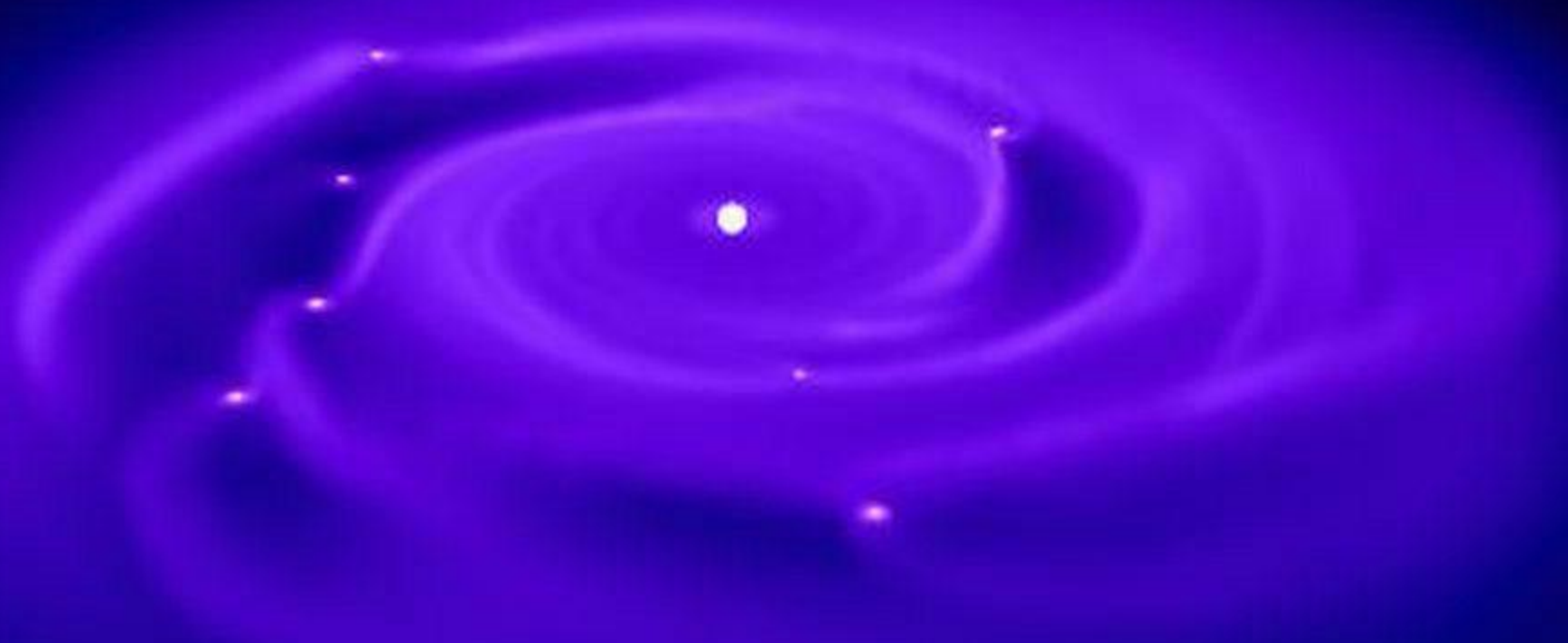


$$R_C = \frac{2\gamma M}{w^2}$$

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi\rho w R_C^2 = \frac{16\pi\rho\gamma^2 M^2}{w^3}$$

Čestice dolaze po eliptičnim putanjama pa zatim bivaju uhvaćene unutar kugle radijusa R_C . Ukupna energija uhvaćenih čestica negativna je. One imaju određeni angularni moment.

Centralna masa je spljošteni vrtlog ili tzv. cirkumplanetarni disk. Zarobljene čestice sada su dio centralne mase, gibaju se po eliptičnim putanjama i sudaraju. Zbog sudara, gravitacijska potencijalna energija pretvara se u termalnu kinetičku energiju. Fizikalna strana priče ista je kao i ranije, dakle kao kod nastanka protoplanetarnog diska. Početni parametri nešto su drugačiji, kao i raspodjela angularnog momenta. **Iz cirkumplanetarnog diska gravitacijskim sažimanjem nastaje planet i njegovi sateliti.** Ovaj proces nazovimo **sekundarno formiranje.**



Rotirajući fragmenti uzrok su spinske rotacije planeta i satelita.

Raspodjela mase i kolaps nebule

$$M_{IN} = \rho_0 V = \frac{4\pi\rho_0 r_0^3}{3}$$

$$T = \frac{8\pi^2 \rho_0 \gamma}{3} \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{8\pi\rho_0\gamma}{3} - \omega_0^2\right)^3}}$$

Proizilazi da je orbitalni period T neovisan o početnoj udaljenosti r_0 .

$$r_{00} = \frac{\omega_0^2 r_0^4}{\gamma M_{IN}} = \frac{3\omega_0^2}{4\pi\rho_0\gamma} r_0 = \frac{1}{k} \cdot r_0$$

Da je početna nebula zaista bila homogena, ukupna masa između Venere i Neptuna trebala bi biti veća od one unutar Venerine putanje

Stvarno stanje sasvim je drugačije: ukupna masa svih tijela između putanje Venere i Neptuna puno je manja od mase Sunca. Masa današnjeg Sunca veća je oko 745 puta od mase svih planeta zajedno. Tako zaključujemo da naša početna pretpostavka o homogenosti nebule nije točna. Ispravna je sljedeća tvrdnja:

$$\frac{r_{00N}}{r_{00V}} = \frac{r_{0N}}{r_{0V}} = 41.57$$

U središtu nekadašnje nebule bila je protozvijezda koja je sadržavala skoro svu masu nebule.

Radijalno titranje nebule **nije bilo sinkrono** u svakom dijelu njezina volumena. Dok se neki dijelovi skupljaju, drugi se šire.

Gravitacijski kolaps uzimamo kao gotovu činjenicu. Ostaje veliki problem u tome što **ne poznajemo točne početne uvjete** u momentu gravitacijskog kolapsa, kao što su:

- početni prostorni oblik,
 - početna raspodjela masa
 - početna raspodjela kutnih brzina.
 - lokalne nehomogenosti gustoće,
 - lokalni vrtlozi
- I pored svega, velika je vjerojatnost da je opisana teorija ispravna, te da planetarni sustavi nastaju na upravo opisani način.
- Navedena teorija se može primijeniti i sasvim općenito za objašnjenje nastanka drugih planetarnih sustava.

